

Deutsche Mathematiker-Vereinigung.

Katalog

mathematischer und mathematisch-physikalischer
Modelle, Apparate und Instrumente.

Unter Mitwirkung zahlreicher Fachgenossen

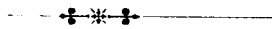
herausgegeben

im Auftrage des Vorstandes der Vereinigung

von

Walther Dyck,

Professor an der technischen Hochschule München.



München.

K. Hof- u. Universitätsbuchdruckerei von Dr. C. Wolf & Sohn.

1892.

- 38 Die analytische Maschine** von **Charles Babbage**. (Nicht vollendet.) In photographischer Abbildung ausgestellt vom **South Kensington Museum**, London.

Die Maschine dient zur Berechnung mathematischer und astronomischer Tabellen. Sie liefert Wertereihen beliebiger Functionen, indem sie deren Differenzenreihen selbständig bildet und addirt. 1823 auf Kosten der englischen Regierung begonnen, hatte sie bereits 340,000 Mark gekostet, als 1833 die Arbeit daran für immer eingestellt wurde. Sie hat der Maschine von Georg und Eduard Scheutz zum Vorbild gedient.

(Mehmke.)

B. Apparat zur Wahrscheinlichkeitsrechnung.

- 39 Quicumq, zur Illustration des Fehlergesetzes**, von **Francis Galton** F. R. S.

Das Princip, auf welchem das Instrument beruht, besteht darin, dass jedes von vielen Objecten einer grossen Menge von kleinen und unabhängigen Zufällen ausgesetzt wird. Die Objecte sind hier fallende Schrotkörner und die Zufälle sind durch Reihen von Nadeln bewirkt, gegen welche die Körner fallen und gleich oft nach rechts oder links abgelenkt werden. Einzelne Körner können wieder und wieder nach derselben Seite abgelenkt werden; im allgemeinen jedoch werden Ablenkungen nach beiden Seiten gleich oft stattfinden.

Ein Kasten, dessen vordere Fläche aus einer Glasscheibe besteht, hat eine Tiefe von ungefähr 5 mm. Oben bilden Cartonstreifen einen Trichter. Unter der Öffnung desselben sind Reihen von Nadeln senkrecht in die Rückwand gesteckt.

Eine passende Quantität feinen Schrottes liegt im Kasten. Dieser läuft, wenn der Kasten umgestürzt wird, in den am oberen Ende befindlichen Behälter mit einer Öffnung über dem Trichter. Wird der Kasten wieder umgedreht, so fallen die Schrotkörner in den Trichter, durch dessen untere enge Öffnung auf die Nadeln und in interessanter Weise durch diese abwärts, bald rechts, bald links abgelenkt. Diese Nadeln sind quicumq-artig verteilt, so dass jedes Schrotkorn in jeder Reihe der Nadeln eine trifft. Beim Herabfallen verbreitet sich der Strom der Schrotkörner, bis diese schliesslich in den unten angebrachten Fächern zur Ruhe gelangen. Der Umriss der Schrothaufen in diesen Fächern bildet dann angenähert die bekannte Fehlercurve und reproducirt sich mit grosser Treue bei Wiederholung des Experiments. Wären die Reihen der Nadeln sehr zahlreich, so wäre die Ausbreitung des Schrottes proportional der Quadratwurzel aus der Anzahl der Reihen; wobei die Ausbreitung gemessen wird durch den Abstand (gleich dem doppelten

des wahrscheinlichen Fehlers) zwischen denjenigen Verticalen, ausserhalb welcher an jeder Seite ein Viertel des Schrotes liegt.

Eine zweite Anordnung des Apparates illustriert das Gesetz, wonach der wahrscheinliche Fehler eines Systemes, hervorgerufen durch die Wirkung zweier unabhängiger Ursachen, denen je für sich die wahrscheinlichen Fehler h und k zukommen, den Wert $\sqrt{h^2+k^2}$ hat. Das Quincunx in der ersten Anordnung wird durch eine auf halber Höhe angebrachte Reihe von Löchern in zwei Teile H und K geteilt. Denken wir uns nun diese Fächer zeitweilig unten geschlossen. Der durch H fallende Schrot wird dann in ihnen Haufen bilden, deren Höhe einem wahrscheinlichen Fehler h entspricht. Wird jetzt der Boden eines dieser Fächer geöffnet, so wird der Schrot durch K fallen und in den unteren Fächern eine Figur bilden, die einem wahrscheinlichen Fehler k entspricht. Dasselbe tritt für jedes Fach ein. Das Gesamtergebn, wenn alle oberen Fächer geöffnet werden, wird identisch sein mit demjenigen, welches erhalten würde, wenn der Schrot durch H und K fiel, ohne durch die oberen Fächer aufgehalten zu werden, in welchem Falle der wahrscheinliche Fehler $\sqrt{h^2+k^2}$ sein würde.

Durch andere Variationen des Apparates können andere Eigenschaften des Fehlergesetzes illustriert werden; so die Identität des Resultates, wenn der Schrot durch H und dann durch K fällt, mit demjenigen, wenn er erst durch H und dann zurück durch H bis zu einer Entfernung gleich der Höhe von K fällt. Dies würde zeigen, dass $\sqrt{h^2+k^2}$ gleich anwendbar ist, ob das System der Fehlerquellen aus der Summe oder aus der Differenz zweier anderen zusammengesetzt ist.

(F. Galton.)

Zweiter Abschnitt. Algebra, Functionentheorie.

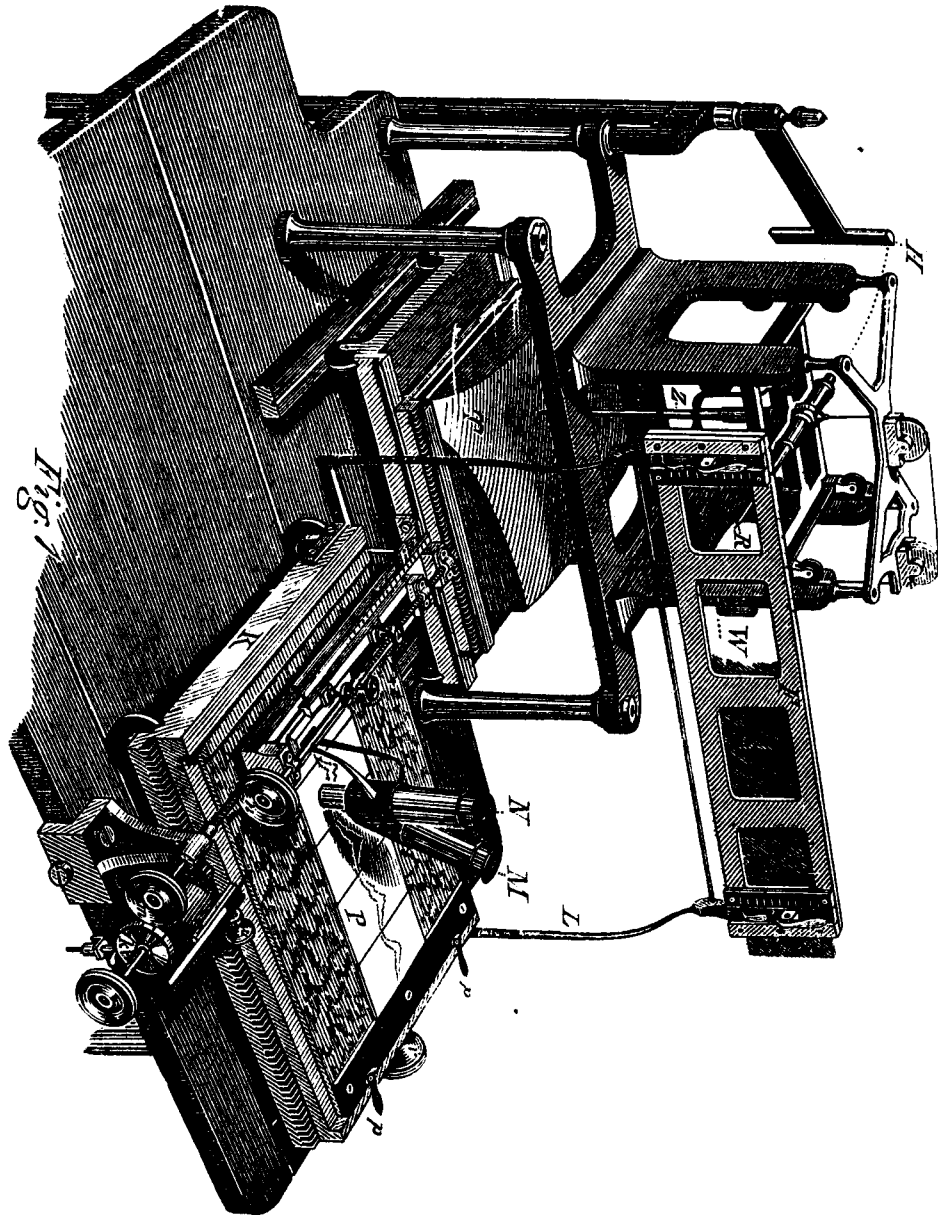
C. Apparate zur Auflösung von Gleichungen und zur Construction functioneller Abhängigkeiten.

40 Apparat zur Auflösung linearer Gleichungen, von Prof. Veltmann, Bonn-Poppelsdorf, ausgeführt von Mechaniker Wolz in Bonn, Aussteller: Prof. Veltmann.

So wie der Apparat hier ausgeführt ist, ist derselbe zur Auflösung von drei Gleichungen bestimmt.

Über einem rechteckigen Kasten $CDEF$ haben die Hebel H_1, H_2, H_3 ihre Drehpunkte und Schwerpunkte in einer horizontalen Linie AB und bewegen sich in Ebenen senkrecht zu dieser Linie. An jedem Hebel sind vier durch die Kreise angedeutete Blechcylinder von gleichem Durch-

- 45 Trace-Computer, Apparat zum Auftragen von Curven, deren Ordinaten gegebene Functionen zweier anderer Curven sind, von F. Galton, F. R. S. London, ausgeführt von Beck, London.



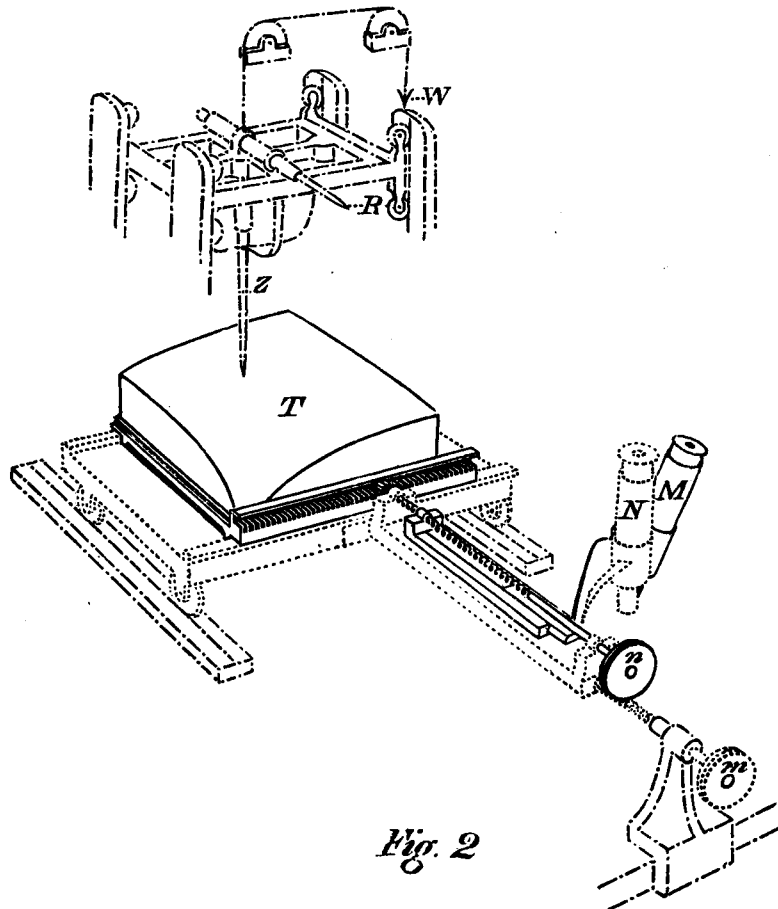
Das Instrument, gegenwärtig zum Entwerfen und Punktiren der Dampfspannungscurve aus den entsprechenden Curven der Thermometer

mit trockener und feuchter Kugel benutzt, kann zu ähnlichen Zwecken aller Art verwendet werden, wenn man nur geeignete modellirte Tafeln fertigen lässt. Man kann dasselbe zum Entwerfen und Punktiren einer Curve benutzen, deren Ordinaten gegebene Functionen der Ordinaten zweier beliebiger anderer Curven sind, während alle drei gemeinsame Abscissen haben.

Die Maschine besteht aus drei Theilen.

Der *erste Theil* ist ein auf Schienen beweglicher Wagen K (nur in der ersten Figur sichtbar); die Bewegung desselben wird durch Drehen der untersten von den drei rechts unten in der Zeichnung befindlichen Scheiben regulirt. Die Axe derselben ist mit einem Getriebe versehen, welches in eine Zahnstange, die am Wagen befestigt ist, eingreift. An derselben Axe ist noch eine zweite Scheibe angebracht, in der Figur mit K bezeichnet. Diese Scheibe ist mit Nuthen versehen, in welche eine schwache Feder als Sperrhaken einfallen kann, damit man den Wagen um bestimmte kleine Strecken fortbewegen kann. Auf dem Wagen K ist ein Gestell angebracht, welches auf demselben auf und ab gleitet, wenn man den mit V bezeichneten Schraubenkopf (rechts vom Wagen) umdreht. Dieses Gestell hat Klemmen p, p und ist noch sonst passend arrangirt, um eine Reihe von 5 Zinktafeln festzuhalten, die mit P bezeichnet sind, und in welche die Curven des trockenen und feuchten Thermometers zuvor mit dem von mir erfundenen (Report 1871 p. 31) Pantagraphen (siehe pag. 232 dieses Kataloges) eingeritzt wurden. An dem Wagen ist vertical ein Rahmenwerk F parallel zur Vorderseite des Instruments an zwei Ständern angebracht (der äussere ist in der Figur mit L bezeichnet). In das Rahmenwerk ist eine lange Zinkplatte Q eingeschoben, dazu bestimmt, die von der Maschine punktirte Curve aufzunehmen. Diese Platte ist nur zum Theil in der Figur ausgeführt, um den dahinter liegenden Mechanismus nicht zu verdecken. Es bewegen sich nun die Platte mit der Dampfspannungscurve und diejenige mit den beiden thermometrischen Curven miteinander, so zwar, dass alle drei, wenn sie durch eine zu den Seiten des Apparates parallele Verticalebene geschnitten werden, Ordinaten ergeben, die zu gleichen Abscissen gehören, und zwar befindet sich speciell die Lage der Fadenkreuze des Mikroskopes M, das auf die Curve des trockenen Thermometers gerichtet ist, und des Mikroskopes N, das auf die Curve des feuchten Thermometers gerichtet ist, mit dem Stift R, der die Dampfspannungscurve punktirt, immer in derselben Verticalebene, parallel zu den Seiten des Apparates. Der *zweite Theil* des Instrumentes, bezüglich dessen man Fig. 2 vergleichen möge, besteht aus einer Tafel T mit gekrümmter Oberfläche, die gleichfalls wieder auf einem Wagen seitlich verschoben werden kann, während dieser selbst senkrecht dazu auf Schienen beweglich ist. Der Wagen ist T förmig, an seinem Vorsprung nach vorne befindet sich eine Schraube m, durch deren Drehung der Wagen sich auf den Schienen vor- und

rückwärts bewegt. Das Mikroskop M, welches auf die Curve des trockenen Thermometers eingestellt ist (dasselbe besitzt eine Schlitten-
vorrichtung, die man vor dem Beginn der Operation einstellt), ist an dem Vorsprunge befestigt und nimmt deshalb an den Hin- und Her-
Bewegungen der Tafel T teil. Kurz die Bewegung der Tafel in der Y-
Richtung entspricht der Ordinate der Curve des trockenen Thermo-
meters und einer Abscisse, die man erhält, wenn die Curve durch die



oben angedeutete Verticalebene geschnitten wird. Ferner befindet sich an demselben Vorsprunge noch eine andere Schraube n, welche zweierlei Verrichtungen hat. Erstens schiebt sie das auf die Curve des feuchten Thermometers gerichtete Mikroskop hin und her und zweitens bewirkt sie durch ein Getriebe am Ende ihrer Axe, welches in eine Zahnstange eingreift, die mit der Tafel T in fester Verbindung steht, dass letztere auf dem Wagen in einer X-Richtung gleitet. Kurz, die Bewegung der Tafel in der X-Richtung entspricht der Ordinate der

Curve des feuchten Thermometers, genau wie die Bewegung der Tafel in der Y-Richtung der Ordinate der Curve des trockenen Thermometers für dieselbe Abscisse entsprach.

Die Tafel T ist eine krumme Oberfläche, die sich aus den Tabellen über Dampfspannung ergibt: Angenommen ihre rechte und linke Seite (Y-Richtung) wäre nach Temperaturgraden von 17° bis 93° geteilt und ihre Vorder- und Hinterseite (X-Richtung) nach den gewöhnlichen Differenzen zwischen den Temperaturen der feuchten und trockenen Kugel d. h. von 0° bis 23° , so ist die Höhe z eines beliebigen Punktes der Fläche, der zu den Ordinaten x , y gehört, den Tabellenwerten über Dampfspannung proportional gemacht worden, die der Temperatur y° des trockenen Thermometers und dem Überschuss von x° des trockenen über das feuchte entsprechen. Die mechanische Ausführung einer geeigneten Tafel für eine beliebige Function von zwei Variablen ist bei der vortrefflichen Einrichtung unserer Mechaniker ersten Ranges weder schwierig noch teuer. Es werden circa 400 Löcher mit einem genau getheilten Bohrer eingebohrt bis zu einer Tiefe, welche den Tabellenwerten entspricht und die Fläche zwischen denselben wird weggefeilt und geglättet. Die Punkte, welche zwischen den wirklich gemessenen liegen, werden also thatsächlich graphisch interpolirt. Es war Gelegenheit, für dieses Instrument zwei Tafeln anzufertigen; beide wurden sorgfältig geprüft und ausserordentlich genau befunden*); trotzdem kosteten sie nicht mehr als 120 Mark das Stück.

Der dritte Teil des Apparates ist oben in Figur 2 deutlich zu sehen. Er besteht aus einem Griffel Z mit einem Gegengewichte W, der vertical und mit geringem Drucke auf der Tafel stehen kann. Der Griffel trägt oben ein horizontales Rohr, in welchem ein Stift R gleitet. Auf diesen schlägt, so oft es nötig ist, ein Hammer H, der, mit dem Fusse in Bewegung gesetzt, den in Figur 1 punktirt gezeichneten Bogen beschreibt; der Stift selbst punktirt auf der Platte G eine Curve, deren Ordinaten sich wie die Höhen der Tafel ändern, welche durch den aufsitzenden Griffel in dem Momente, in welchem der Hammer aufschlägt, markirt werden.

Die Wirkungsweise des Instrumentes ist nun leicht zu übersehen: Der Wagen läuft eine kurze Strecke, dann werden die Schrauben m und n gedreht, bis die Fadenkreuze der Mikroskope M und N auf den zugehörigen Curven stehen und schliesslich veranlasst ein Druck des Fusses den Stift, einen Punkt einzustossen. Das ist der ganze Vorgang; der eben erwähnte Sperrhaken regulirt die Bewegung derartig, dass die markirten Punkte halbstündigen Intervallen entsprechen, was

*) Siehe Report 1871, pag. 30 wegen Beschreibung der Prüfung der ersten Tafel. Diese Tafel wurde verworfen, weil man die absolute Scala, nach der sie construiert war, ungeeignet fand. Sie wurde durch die jetzt im Gebrauche befindliche, ebenso genaue ersetzt.

für den vorliegenden Fall als das zweckmässigste sich ergeben hat. So entsteht rasch eine Punktreihe, welche durch Gravirung verbunden die Original-Zinkplatte gibt, deren Zeichnung mit Wagner's Pantagraph auf die Kupferplatten des „Quarterly Weather Report“ übertragen wird.

Von kleineren Details des Apparates seien noch einige wichtigere Punkte hier erwähnt. Es kann der Rahmen F die Platte Q in verschiedenen Höhen festhalten, so dass eine Anzahl von Curven unter einander punktirt werden können. Auf diese Weise enthält jede einzelne Platte Q unserer sieben Stationen die Dampfspannungscurven der eingeführten fünfjährigen Periode. Ferner ist es mitunter wünschenswert, das Instrument für andere Curven zu verwenden, bei denen z. B. x und y durch $x - w$ und $y - w$ ersetzt wird, wo w selbst variabel ist. Für diesen Fall ist noch vorne am Wagen ein Schlitten u angebracht, an dem man einen Zeiger in derselben Verticalebene mit dem Stift und der Lage der Fadenkreuze der beiden Mikroskope anbringen und einstellen kann. Angenommen, es wäre z. B. die Neigung der barometrischen Ebene durch drei Stationen gegen den Horizont darzustellen; dann müssten drei Reihen von Zinkplatten (jede Reihe für eine Station) übereinander gelegt werden. Die Mikroskope M und N und der Zeiger müssten einzeln auf die zuverlässigen Linien in jeder dieser Reihen eingestellt werden; dann wären für jede folgende Stellung des Wagens drei Operationen erforderlich: erstens müsste die Schraube (ganz rechts in Figur 1) gedreht werden, bis das Gestell mit allen Platten sich so bewegt, dass die Curve in der untersten Reihe unter den Zeiger zu stehen kommt; dann sind M und N bezüglich auf die Curven der oberen und mittleren Plattenreihe einzustellen und schliesslich ist die Punktirung wie zuvor auszuführen.

(F. Galton, aus dem Report of the meteorological comittee
R. Soc. London. 1871.)

D. Modelle und Zeichnungen zur Algebra und Functionentheorie.

- 46 Geometrische Darstellung der Discriminanten der Gleichungen dritten und vierten Grades, von Gymnasiallehrer G. Kerschensteiner in Schweinfurt.

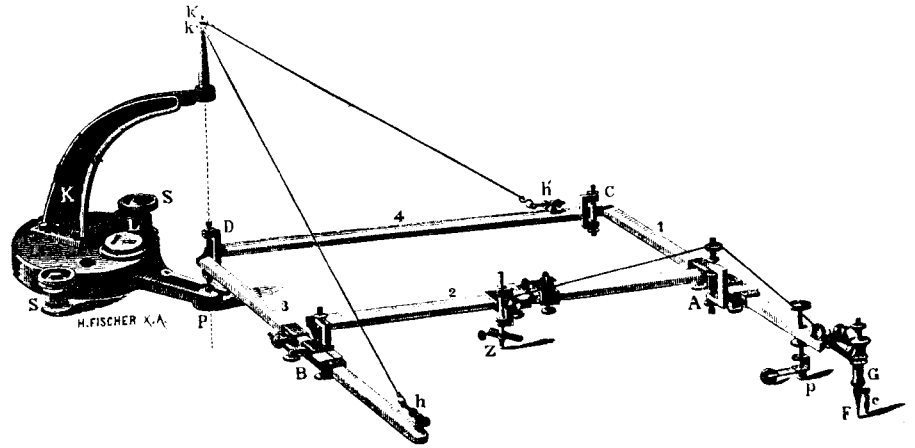
Die Gleichung dritten Grades:

$$G_3 = x^3 + 3ax^2 + 3bx + c = 0$$

hat als Discriminante den Ausdruck

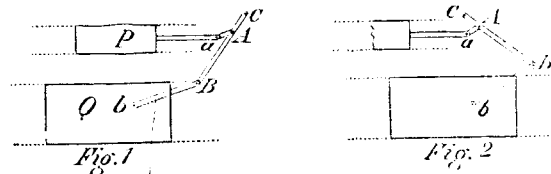
$$\Delta_3 = c^2 - 3a^2b^2 + 4a^3c + 4b^3 - 6abc.$$

Deutet man a, b, c als Coordinaten, so stellt $\Delta_3 = 0$ eine Fläche vierten

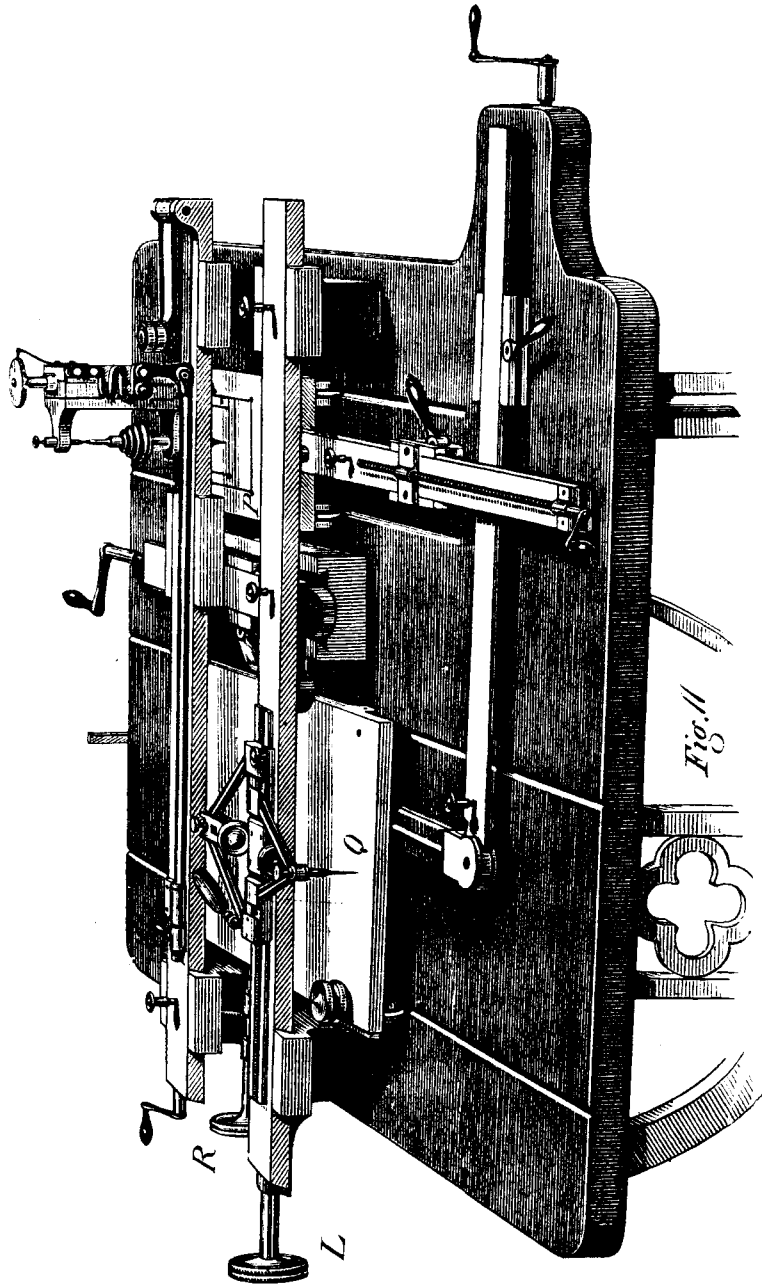


III **Pantagraph, zur Reduction gegebener Figuren nach Länge und Breite** von F. Galton, in London, ausgeführt von Beck, London.

Der Apparat dient dazu, eine vorgegebene Zeichnung in 2 zu einander senkrechten Richtungen nach verschiedenem Masstab direct oder invers zu verjüngen. Er beruht im Wesentlichen auf folgendem elementaren Satze: (vergl. die aus den Aufsätzen Galtons im Report of the Meteorological committee of the R. S. 1869, 1870, auf die überhaupt wegen Beschreibung der näheren Details verwiesen sei, übernommenen Fig. 1 und 2): „Sind die Punkte a und b zweier Platten P und Q, welche (durch



Schienen) gezwungen sind, sich parallel zu bewegen, so durch Stäbe aA und bB mit einem um C drehbaren Arm CAB verbunden, dass in einer Position der Platten die Dreiecke aAC und bBC entspr. ähnlich sind, dann bleiben letztere auch bei Bewegung der Platten immer entsprechend ähnlich.“ Demnach ist die Verschiebung von Platte P ein constanter Bruchteil derjenigen von Platte Q. Stellt nun Q die Platte mit der Originalzeichnung vor, P jene, welche die Copie aufnimmt, so ist zunächst die Verjüngung im Sinne der Bewegung der Platten P und Q erreicht. Diese Platten laufen in Schienen, die in Fig. 11 gegen den Beschauer gerichtet sind; ihre Bewegung erzeugt man durch den mit der Linken zu fassenden Schraubenkopf R. Um eine gleichzeitige Verjüngung in der zur Bewegungs-



richtung der Zeichenblätter P, Q senkrechten Richtung herbeizuführen, hat man das oben gegebene Princip auch auf die auf den Blättern P und Q operirenden Zeichenstiftplatten P' und Q' in entsprechender Weise anzuwenden. Diese Platten P' Q' müssen natürlich eine zur Schienenrichtung der Platten P, Q senkrechte Führung haben, welche in ihrer Richtung durch die in Fig. 11 seizzirten Widerlager der Schraubenplatte, bei L (d. i. Q') und ihrer parallelen fixirt und durch die mit der Rechten handzuhabende Schraubung am Kopfe L ausgeführt wird.

Wesentlich in den Details des Apparats ist, dass die Verjüngungen in beiden Richtungen unabhängig von einander und in weiten Grenzen verändert werden können.

(Kleiber.)

- 112 **Hauck-Brauer's Perspectivischer Apparat. Hauck's erstes Modell**, ausgestellt von Professor **G. Hauck**, techn. Hochschule Berlin-Charlottenburg; **Brauer's Construction**, ausgestellt von Prof. **E. Brauer**, techn. Hochschule Karlsruhe.

1. Hauck's erstes Modell.*)

Der Apparat hat den Zweck, aus dem gegebenen Grundriss und Aufriss eines räumlichen Objectes dessen perspectivisches Bild auf mechanischem Wege zu ermitteln in der Art, dass, wenn man den Grundriss und Aufriss mit zwei Fahrstiften durchfährt, gleichzeitig der durch einen Mechanismus mit den Fahrstiften verknüpfte Zeichenstift das Bild selbständig beschreibt.

Der Mechanismus gründet sich auf eine *geometrische Construction*, welche aus Fig. 1 ersichtlich ist. In derselben bedeuten O_1, O_2, O_3 drei zugeordnete Punkte des Grundrisses, des Aufrisses und des perspectivischen Bildes. P stellt die Grundrissprojection des Auges, g die Grundrissspur der Bildebene (*Grundschnitt*), P_1 (\perp g) die Projection des Hauptstrahls vor. Es ist dann P_1 samit g um den Punkt P gedreht worden, bis P_1 in verticale Lage P_1' , g in horizontale Lage g' gelangt ist: der Drehungswinkel α ist gleich dem Winkel, den die Bildebene mit der Aufrissebene macht. Weiter stellt sowohl in der Aufrissfigur als in der Bildfigur l die Schnittlinie zwischen Aufrissebene und Bildebene (*Lotschnitt*) vor: K ist die Aufrissprojection des Auges. F der Fluchtpunkt der zur Aufrissebene senkrechten Linien; die durch K und F gehenden beiderseitigen Horizontlinien werden von l in h_2 und h_3 geschnitten. —

*) Die erste Publication des Modells, welches die Priorität vor allen einem ähnlichen Zweck dienenden Apparaten für sich beansprucht, erfolgte in der Sitzung der Physikal. Gesellschaft in Berlin am 4. Mai 1883. (Vergl. Verhandlungen der Physikal. Gesellschaft in Berlin 1883, Nr. 8, Sitzung vom 4. Mai, ausgegeben am 16. Mai.) Die eingehende Beschreibung des Apparates findet sich in der Festschrift der Technischen Hochschule zu Berlin zur Feier der Einweihung ihres neuen Gebäudes am 2. Nov. 1884, S. 213 (in fast allen öffentlichen Bibliotheken vorhanden).

interessanten Maschine von Seiten des Hrn. Prof. *Hammer* (Stuttgart) zu erwarten steht.

31a. Unterrichtsmodell zur Rechenmaschine von **Burkhardt** in Glashütte.

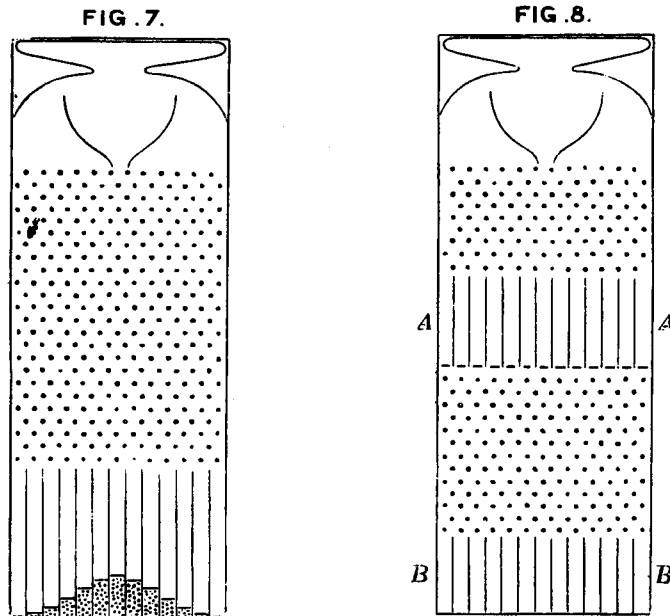
Statt „Analytische Maschine“ ist auf pag. 154 des Hauptkataloges zu setzen:

38. Differenzen-Maschine von **Charles-Babbage**.

B. Apparate und Zeichnungen zur Wahrscheinlichkeitsrechnung und Combinationstheorie.

39. Quincunx, zur Illustration des Fehlergesetzes von **Francis Galton**, F. R. S.

Wir bringen nachträglich die Illustrationen zu den beiden pag. 154 des Hauptkataloges besprochenen Anordnungen des Apparates.



39a. Magische Würfel von 2—5 Dimensionen, berechnet und construirt von Prof. **Dr. V. Schlegel**, Hagen i/W.

Das allgemeine Glied der mit der Strecke, dem Quadrat und dem Würfel beginnenden Reihe von Gebilden ist der n -dimensionale Würfel. Die Zahl der ihn begrenzenden $(n-1)$ -dimensionalen Würfel ist $2n$, die Anzahl seiner k -dimensionalen Grenzgebilde $2n-k \cdot n(k)$. — Ein solcher Würfel wird durch n aufeinander senkrechte Systeme von je $(n-1)$ Räumen, welche $(n-1)$ Dimensionen besitzen, parallel und gleichweit von einander entfernt sind, in n^n congruente kleine n -dimensionale Würfel (Zellen) zerlegt. Füllt man